

Variazione di pressione in relazione  
all'Eruzione del vulcano presso *Hunga Tonga*  
Stazione Meteorologica Open Source

Mattia Mascarello<sup>1</sup>      Lorenzo Dellapiana<sup>2</sup>  
Luca Savio Biello<sup>3</sup>

18 gennaio 2022

Liceo Scientifico Statale “Leonardo Cocito”

**Sommario**

Il giorno 15 gennaio 2022, alle ore 5 (Ora locale di Roma, o 17, ora locale di Tonga) il vulcano *Ha'apai*, ubicato a circa 65Km dalla capitale di Tonga, *Nuku'alofa*, è stato il teatro di una violenta eruzione, che ha generato una colonna di polveri alta 30Km ed un'onda d'urto rilevabile in tutto il mondo come una variazione di pressione attraverso le stazioni meteorologiche lì dislocate.

In questo articolo analizziamo i dati ricevuti dalla nostra stazione e stabiliamo la compatibilità temporale dell'evento vulcanologico con le misurazioni da noi effettuate, che risultano coincidenti alle previsioni.

---

<sup>1</sup>m2.mascarello@liceococito.it

<sup>2</sup>l.dellapiana@liceococito.it

<sup>3</sup>ls.biello@liceococito.it

# Indice

<b>1</b>	<b>Propagazione dell'urto e modello probabilistico</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Calcolo degli istanti di arrivo</b>	<b>4</b>
2.1	$P$ (minimo) . . . . .	5
2.2	$P'$ (massimo) . . . . .	5
2.3	$R$ (medio) . . . . .	6

# 1 Propagazione dell'urto e modello probabilistico



Figura 1: Planisfero con marcatori posizionali

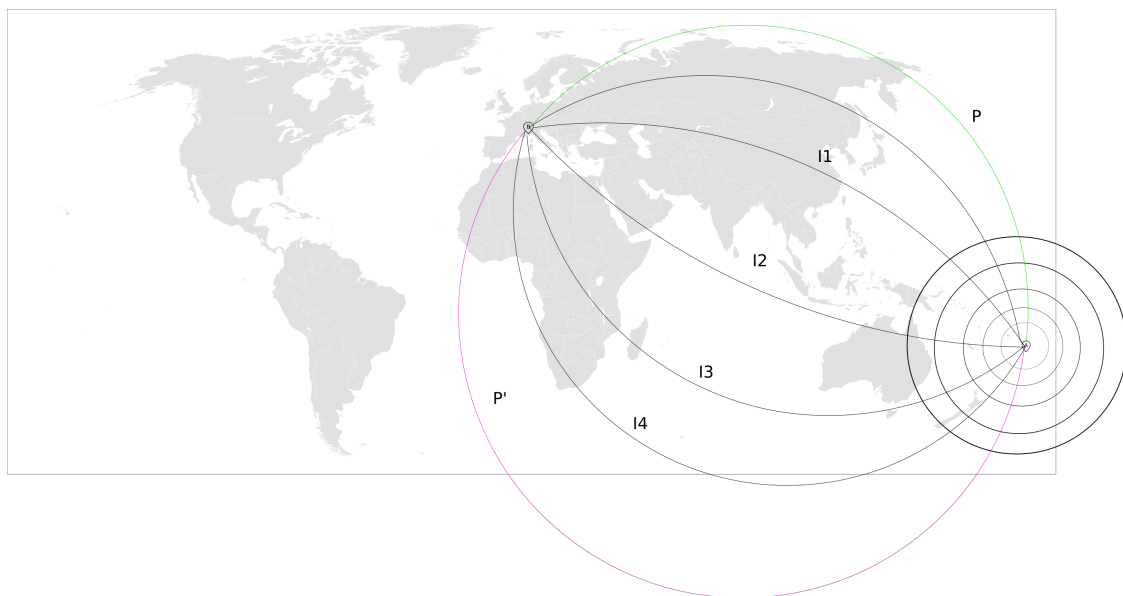


Figura 2: Percorso dell'onda d'urto

Sussistono infiniti percorsi percorribili dall'onda d'urto causata dall'eruzione (che è qui modellizzata come sorgente puntiforme  $A$  che trasmette l'urto in

tutte le direzioni in modo equipollente), di cui  $P$  è quello più breve,  $P'$  quello più esteso ( $I_n$  rappresentano alcune enumerazioni di percorsi intermedi).

L'aumento della pressione atmosferica rilevabile in un punto sulla superficie terrestre (in questo caso  $B$  contrassegna la nostra stazione) è misurabile come la sommatoria delle forze esercitate dalle onde d'urto provenienti da tutte le direzioni percorribili che in quel momento stanno transitando presso il punto interessato.

Le onde provenienti dal percorso  $P$  sono le prime a sopraggiungere, seguite da tutte le altre fino a  $P'$  che impiega il tempo massimo per raggiungere il sito di misurazione.

Si può quindi assumere che nell'intervallo tra questi due estremi il transito delle onde segua una distribuzione gaussiana come segue

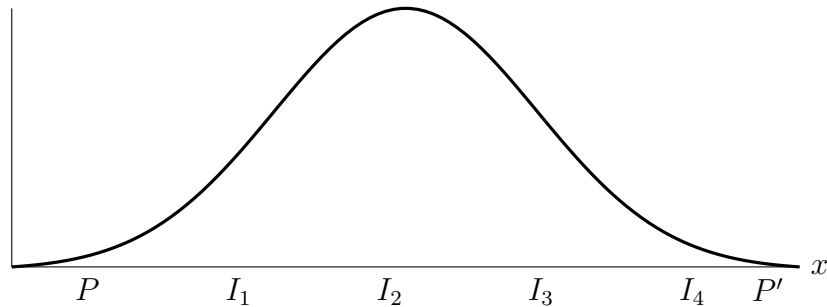


Figura 3: Distribuzione delle onde d'urto in transito

Appurato questo è possibile calcolare l'istante di arrivo di  $P$  e  $P'$ , avvalendosi della velocità del suono (costante nota) e quindi determinare la media aritmetica tra i due istanti ottenuti per determinare la previsione di massimo  $\Delta P$ .

## 2 Calcolo degli istanti di arrivo

Si assumono i seguenti valori

Luogo	Latitudine	Longitudine
Alba (CN)	44°41'33"00 N	08°1'36"12 E
Tonga	21° 10' 44.3496" S	175° 11' 53.6712" W

L'altitudine è ritenuta trascurabile

## 2.1 $P$ (minimo)

La minima distanza tra  $A$  e  $B$  è calcolabile con la formula dell'eminovero. Assumendo per la città di **Alba**

$$\begin{cases} lat = \varphi_1 \\ lon = \lambda_1 \end{cases}$$

e per **Tonga**

$$\begin{cases} lat = \varphi_2 \\ lon = \lambda_2 \end{cases}$$

E dopo aver definito

$$\text{hav}(\theta) = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1 - \cos(\theta)}{2}$$

La distanza  $d$  è calcolabile come

$$\begin{aligned} d &= 2r \arcsin\left(\sqrt{\text{hav}(\varphi_2 - \varphi_1) + (1 - \text{hav}(\varphi_1 - \varphi_2) - \text{hav}(\varphi_1 + \varphi_2)) \cdot \text{hav}(\lambda_2 - \lambda_1)}\right) \\ &= 2r \arcsin\left(\sqrt{\sin^2\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) + \left(1 - \sin^2\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}\right)\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}\right)}\right) \\ &= 2r \arcsin\left(\sqrt{\sin^2\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) + \cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2 \cdot \sin^2\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}\right)}\right) \approx \boxed{17314Km} \end{aligned}$$

È noto che a  $20^\circ\text{C}$   $v_{suono\text{aria}} = 343\frac{m}{s} = 1238\frac{Km}{h}$ .

Quindi, conosciuta la lunghezza  $d$  di  $P$  e la velocità di propagazione del suono si calcola il tempo impiegato per sopraggiungere ad Alba.

$$t_P = \frac{d}{v} = \frac{17314Km}{1238\frac{Km}{h}} = 13,98h \approx 14h$$

## 2.2 $P'$ (massimo)

Giacchè la Terra è assimilabile ad una sfera siccome il raggio e quindi la circonferenza si discostano in modo trascurabile (ai fini del presente articolo) dalla media dei valori in tutti i punti del globo, è possibile calcolare il massimo percorso come

$$d' = C - d = 40041Km - 17314Km = 22727Km$$

Possiamo quindi nuovamente calcolare

$$t_{P'} = \frac{d'}{v} = \frac{22727 Km}{1238 \frac{Km}{h}} = 18,35h \approx 18h$$

### 2.3 $R$ (medio)

Il tempo di percorrenza medio (*cfr 1.*) è quindi

$$t_m = \frac{h + h'}{2} = \frac{18h + 14h}{2} = 16h$$

E l'ora finale di arrivo è quindi

$$h_f = h_i + t_m = 5 + 16 = 21h$$

In cui la nostra stazione meteo ha rilevato una repentina variazione di pressione nell'intervallo

$$I_P = [1006, 1009] hPa$$

Dalle ore 20:58 alle ore 21:01.